TEEM Forum

Advisor：Chien-Neng Liao
Reporter：Chien-Hao Chiu
Date：2011/01/04

Summary-統計分佈

最高機率分佈

$$\overline{a}_\lambda = \frac{g_\lambda}{e^{\alpha+\beta\varepsilon_\lambda}+\eta}$$

$$\eta = \begin{cases} +1, & FD - distribution \\ 0, & MB - distribution \\ -1, & BE - distribution \end{cases}$$

Entropy

$$S = k\ln W\left(\left\{\overline{a}_\lambda\right\}\right)$$

$$\begin{cases} W_{MB}\left(\left\{\overline{a}_\lambda\right\}\right) = \dfrac{N!}{\prod_\lambda a_\lambda!}\prod_\lambda g_\lambda^{a_\lambda} \\ W_{BE}\left(\left\{\overline{a}_\lambda\right\}\right) = \prod_\lambda \dfrac{\left(g_\lambda + \overline{a}_\lambda - 1\right)!}{\overline{a}_\lambda!\left(g_\lambda - 1\right)!} \\ W_{FD}\left(\left\{\overline{a}_\lambda\right\}\right) = \prod_\lambda \dfrac{g_\lambda!}{\overline{a}_\lambda!\left(g_\lambda - \overline{a}_\lambda\right)!} \end{cases}$$

離散，聚集

MB-distribution 定域子

1. 粒子具可分辨性

1	2	3
AB	-	-
-	AB	-
-	-	AB
A	B	-
B	A	-
A	-	B
B	-	A
-	A	B
-	B	A

$$\xi_{MB} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

BE-distribution 非定域子

1. 粒子全同性原理

1	2	3
AA	-	-
-	AA	-
-	-	AA
A	A	-
A	-	A
-	A	A

$$\xi_{BE} = \frac{3}{3} = 1$$

FD-distribution 非定域子

1. 粒子全同性原理
2. 遵守包利不相容原理

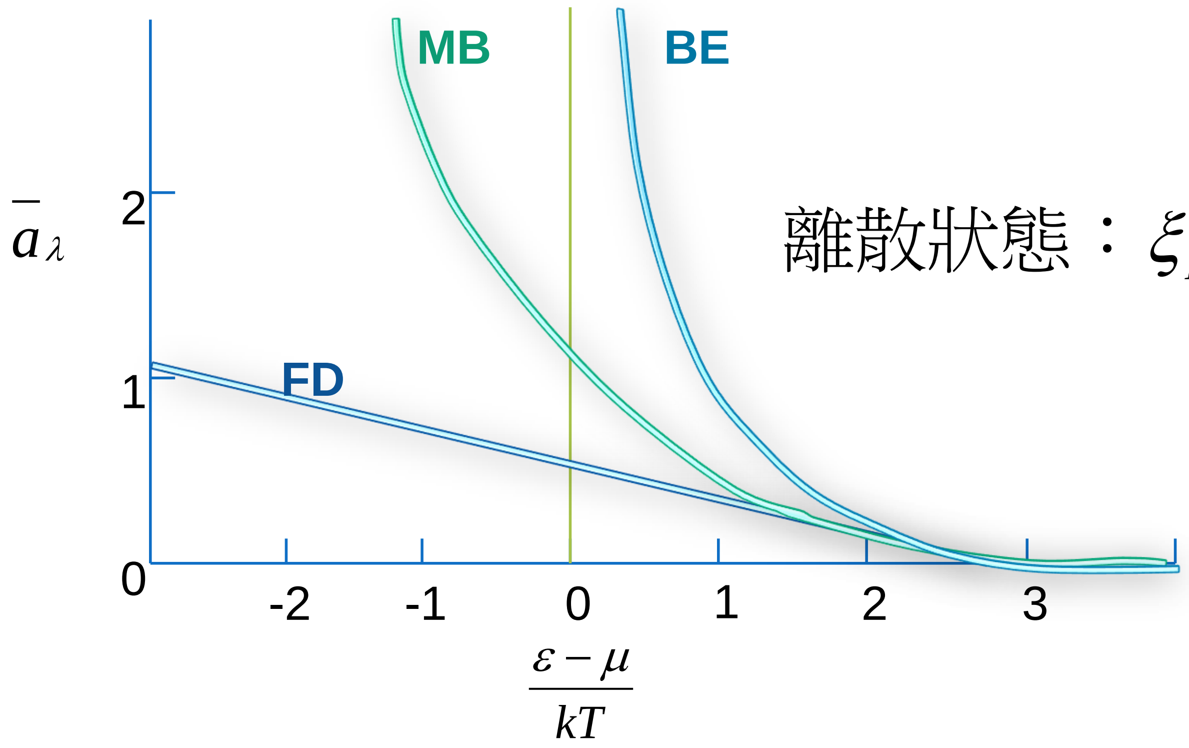
1	2	3
A	A	-
A	-	A
-	A	A

$$\xi_{FD} = \frac{0}{3} = 0$$

$$\xi \equiv \frac{\text{二粒子在同一狀態中的機率}}{\text{二粒子在不同狀態的機率}}$$

$$\text{離散狀態：} \xi_{FD} > \xi_{MB} > \xi_{BE}$$

分佈差異



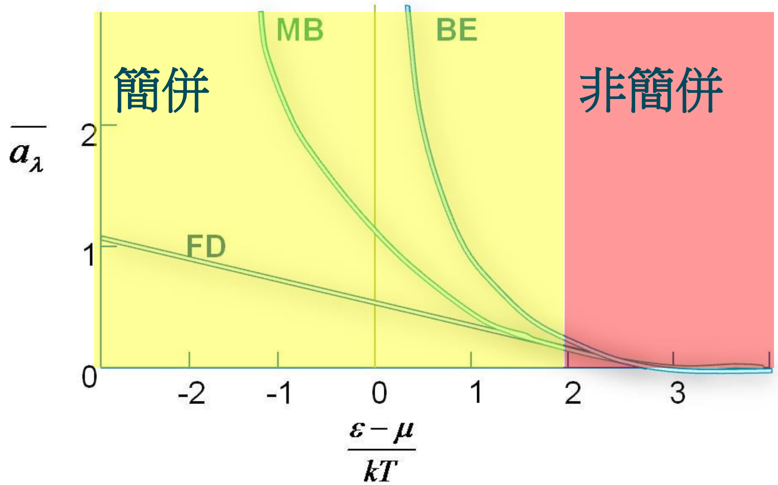
離散狀態：$\xi_{FD} > \xi_{MB} > \xi_{BE}$

a_λ物理意義：佔據λ能階的粒子數

$\bar{a}_\lambda$物理意義：佔據各能階的平均粒子數(最高機率分佈)

簡併/非簡併

$$\bar{a}_{\lambda} = \frac{g_{\lambda}}{e^{\alpha+\beta\varepsilon_{\lambda}} + \eta}$$



$if \quad e^{\alpha} >> 1$ ， η可以忽略,
BE及FD簡化成MB,
為**非簡併條件**（non-degenerate condition）

非簡併（non-degenerate）

- 當Fermi能階遠低於conduction band最底端
  或Fermi能階遠高於valance band最頂端
- 德布洛依物質波波長遠小於粒子間平均距離
- 質量大，溫度高，粒子密度低，越容易滿足非簡併條件

非簡併

$$\bar{a}_\lambda = \frac{g_\lambda}{e^{\alpha+\beta\varepsilon_\lambda}+\eta}$$

為什麼非簡併條件下，玻色子與費米子的差異消失？

$$e^\alpha >> 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{\bar{a}_\lambda}{g_\lambda} << 1$$

每一個量子態上平均佔據的粒子數遠遠小於1

可忽略包利不相容原理

為什麼非簡併條件下，玻色子與費米子可近似於定域子分佈呢？

$$W_{BE} = W_{FD} \approx \prod_\lambda \frac{g_\lambda^{a_\lambda}}{a_\lambda!} = \frac{1}{N!} W_{MB}$$

$$\frac{1}{N!} \in const$$

在統計分佈情況下，無法顯示出1/N! 因子的差異

所以非簡併條件下，玻色子與費米子無任何差異？

非也，此1/N! 因子將會在entropy及所有跟entropy有關的量表現出來，比如Gibbs free energy。

非簡併-差異性

$$W_{BE} = W_{FD} \approx \prod_{\lambda} \frac{g_{\lambda}^{a_{\lambda}}}{a_{\lambda}!} = \frac{1}{N!} W_{MB}$$

代入 $S = k \ln W\left(\left\{\overline{a}_{\lambda}\right\}\right)$

定域子 $S = k \ln W_{MB}$

顯示粒子全同性原理的影響

玻色子、費米子 $S = k \ln W_{MB} \boxed{- k \ln \overline{N}!}$

Entropy關係著系統量子態個數，所以實際上在e^{α}>>1的情況下，定域子與非定域子的差異不會消失。